

MODULAZIONE

Carlo I4VIL

La modulazione è un processo col quale una “portante” (in genere di una ben definita frequenza) è fatta variare in qualche sua caratteristica in funzione del valore istantaneo del segnale da trasmettere che contiene l’informazione (segnale modulante).

Molto utilizzate, proprio per la facilità con cui sono generate, sono le portanti con forma d’onda sinusoidali.

La forma più generale di una portante ad alta frequenza di forma sinusoidale è:

$$f(t) = A_c(t) \cdot \text{sen}(\omega_c t + \phi(t))$$

Ci sono, pertanto, tre parametri che possono essere variati come funzione del segnale da trasmettere:

- a) si può variare l’ampiezza $A_c(t)$ della portante (carrier) proporzionalmente all’ampiezza istantanea del segnale da trasmettere contenente l’informazione. Questa possibilità prende il nome di **modulazione di ampiezza**.
- b) si può rendere la fase $\phi(t)$ variabile in dipendenza dal segnale modulante ed ottenere quella che è chiamata **modulazione di fase**.
- c) è possibile, poi, trasmettere l’informazione modulando la frequenza della portante, ciò che si ottiene rendendo la derivata di $\phi(t)$ rispetto al tempo “legata” alle caratteristiche del segnale di modulazione. Questa, che è chiamata **modulazione di frequenza**, ha molto in comune con la precedente modulazione di fase tanto che, qualche volta, vengono considerate in un’unica **modulazione d’angolo**.

Ogni tipo di modulazione modifica la forma sinusoidale della portante, questo porta il formarsi da altri segnali a frequenze di valore 'intorno' alla frequenza della portante.

La radiocomunicazione non avviene, quindi, su una sola frequenza, ma su una banda di frequenze, centrata sulla portante.

Generalmente, maggiore è il flusso di informazioni da trasmettere (in bit al secondo), maggiore è la banda necessaria per la trasmissione.

Claude Shannon (1916-2001), negli anni 40-50, ha stabilito il limite minimo di banda necessaria a trasmettere un determinato flusso di informazioni digitali.

In prima approssimazione tutti i metodi di modulazione hanno in comune la proprietà che la portante modulata occupa una larghezza di banda paragonabile con la larghezza di banda del segnale modulante (audio, video o digitale che sia) che contiene l’informazione. Una portante non modulata ha una larghezza di banda teoricamente nulla, ma non trasporta alcuna informazione.

Ogni trasmissione occupa uno 'spazio' nel dominio delle frequenze, determinando il numero massimo di trasmissioni contemporanee in dato intervallo di frequenze.

In sostanza l’intera gamma delle radioonde, dalle frequenze più alte a quelle più basse, è una risorsa importante ma non infinita; per questo l’uso e l’accesso alle trasmissioni radio sono regolate da norme nazionali ed internazionali molto precise e rigide.

Da questa considerazione nasce la necessità di ricorrere all’uso di frequenze sempre più alte con spettro disponibile sempre più grande (per trasmettere velocemente grandi quantità di informazione).

La modulazione può essere **analogica** oppure **digitale**.

MODULAZIONE DI AMPIEZZA

Consideriamo una portante $f(t)$ modulata in ampiezza da un segnale modulante $F(t)$. Nel caso di un segnale audio si vuole che il segnale elettrico prodotto dal microfono corrisponda al valore istantaneo dell'onda sonora. Per un segnale audio costituito da una sola nota fissa, la funzione $F(t)$ può essere rappresentata da:

$$F(t) = A_m [1 + k \cos\omega_m t] \quad \text{con } k < 1$$

Si supponga che la portante $f(t) = A_c \sin(\omega_c t + \phi)$ abbia la sua ampiezza A_c non costante ma vari nel tempo seguendo l'ampiezza del segnale modulante $F(t)$ che reca l'informazione. Si ottiene, allora:

$$v(t) = A_c [1 + m \cos\omega_m t] \cos\omega_c t \quad \text{con } m = A_m / A_c$$

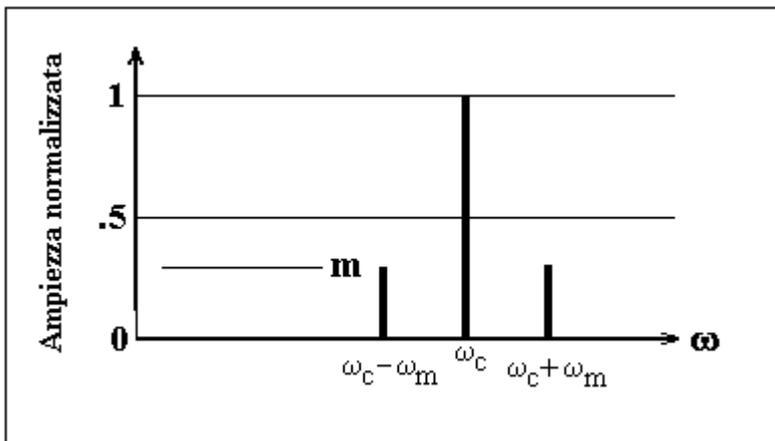
dove, senza nulla togliere alla generalità, si è assunto $\phi = \pi/2$. Il valore della fase, infatti, non entra nel processo di modulazione di ampiezza.

Il coefficiente m è chiamato indice di modulazione e deve sempre essere minore di 1. Infatti, sino a quando m è minore di 1, l'informazione è contenuta nelle variazioni di ampiezza, senza alcun cambiamento di fase della portante.

Con semplici operazioni matematiche si ottiene:

$$v(t) = A_c \cos\omega_c t + A_c m \cos\omega_c t \cos\omega_m t = A_c \cos\omega_c t + \frac{1}{2} A_m \cos(\omega_c - \omega_m) + \frac{1}{2} A_m \cos(\omega_c + \omega_m)$$

Per effetto della modulazione di ampiezza della portante, si genera un segnale più complesso che contiene 3 termini: il termine della portante rimane invariato con ampiezza A_c , ma compaiono due termini aggiuntivi di ampiezza $\frac{1}{2} m A_c$ alle frequenze $\omega_c - \omega_m$ e $\omega_c + \omega_m$.



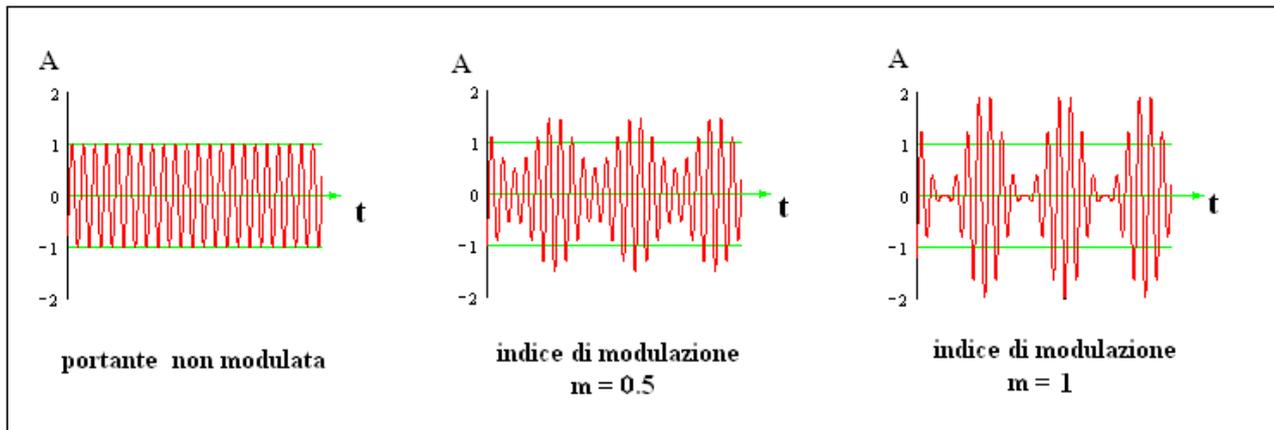
Spettro di frequenze.

Portante a frequenza ω_c modulata in ampiezza.

Indice di modulazione $m = 0.6$

L'ampiezza max. delle due bande laterali è la metà dell'ampiezza della portante (quando $m = 1$).

Il valor medio dell'indice di modulazione m , durante la trasmissione, è, in genere, alquanto inferiore a questo valore max.



Esempi di modulazione di ampiezza a differenti indici di modulazione

Irraggiando questo segnale modulato in ampiezza si ottiene che la potenza trasmessa, normalizzando la impedenza ad 1, è :

$$P_t = \overline{|v_t|^2}$$

che può essere espressa come (quadrando e mediando):

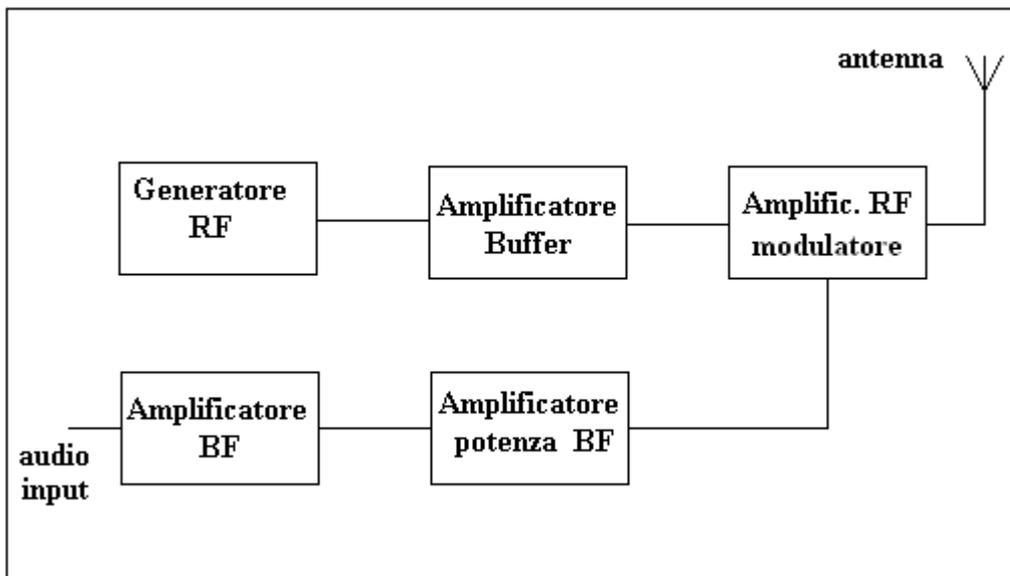
$$P_t = \left(\frac{A_c}{2}\right)^2 + \left(\frac{A_m}{2\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{A_m}{2\sqrt{2}}\right)^2 = \left(\frac{A_c}{2}\right)^2 + \left(\frac{A_m}{4}\right)^2$$

$$P_t = \left(\frac{A_c}{2}\right)^2 \left(1 + \frac{m^2}{2}\right)$$

La potenza trasmessa con trasmissione a modulazione di ampiezza (AM) aumenta in presenza di modulazione: alla potenza concentrata sulla portante $P_c = 0.5 A_c^2$ presente anche in assenza di modulazione, si aggiunge una frazione $0.5 m^2 P_c$ di potenza concentrata nelle due bande laterali. Poiché m , per una corretta modulazione di ampiezza, è al max. uguale ad 1, la potenza contenuta nelle bande laterali (dove risiede l'informazione !) è, al max., la metà della potenza contenuta nella portante costantemente presente (e che non porta informazione).
Con $m = 1$ la potenza totale trasmessa è, dunque, $1.5 P_c$.

GENERAZIONE E RIVELAZIONE DI SEGNALI AM

La modulazione di ampiezza con doppia banda laterale si ottiene facilmente variando il guadagno di un amplificatore RF in maniera lineare con l'ampiezza del segnale modulante. Ciò può essere ottenuto, per esempio, variando la tensione di alimentazione dell'ultimo stadio di un amplificatore RF di potenza.

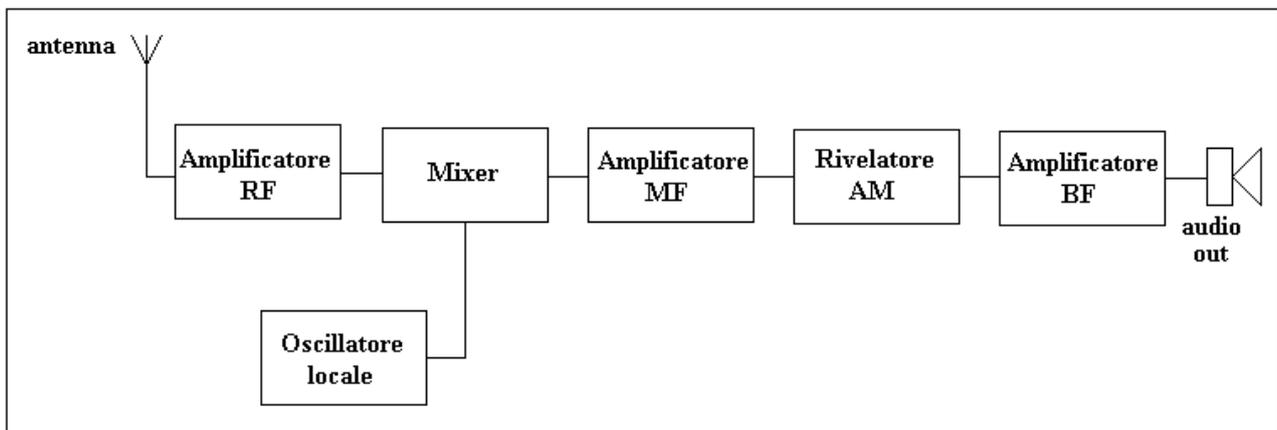


Esempio di tipico di schema a blocchi di trasmettitore con modulazione di ampiezza (AM).

Il ricevitore di segnali AM è molto semplice: tipicamente comprende alcuni stadi amplificatori RF, un'eventuale conversione di frequenza in un canale di media frequenza (MF) che provvede ad una adeguata selettività cui segue il rivelatore.

L'amplificazione RF e MF è necessaria per portare il segnale captato dall'antenna e presente all'ingresso del ricevitore (segnale, spesso, dell'ordine dei microvolt) a livelli dell'ordine del volt, utili per il processo di rivelazione.

La funzione del rivelatore è quella di togliere dal segnale modulato AM il contributo di informazione contenuto nelle bande laterali e riprodurre il segnale originale modulante $F(t)$.



Esempio tipico di scema a blocchi di ricevitore AM

Nella forma più semplice il rivelatore AM è costituito da un elemento non lineare (operi in modo diverso sulla parte positiva e negativa della tensione applicata al suo ingresso) in modo che il valor medio della corrente in uscita non sia nullo, ma vari secondo la funzione $F(t)$.

Siano le tensioni di ingresso (v_i) e di uscita (v_o) dell'elemento non lineare rappresentate dalla serie del tutto generale:

$$v_o = k_1 v_i + k_2 v_i^2 + k_3 v_i^3 + \dots + k_n v_i^n$$

con $k_1 \dots k_n$ costanti caratteristiche del dispositivo.

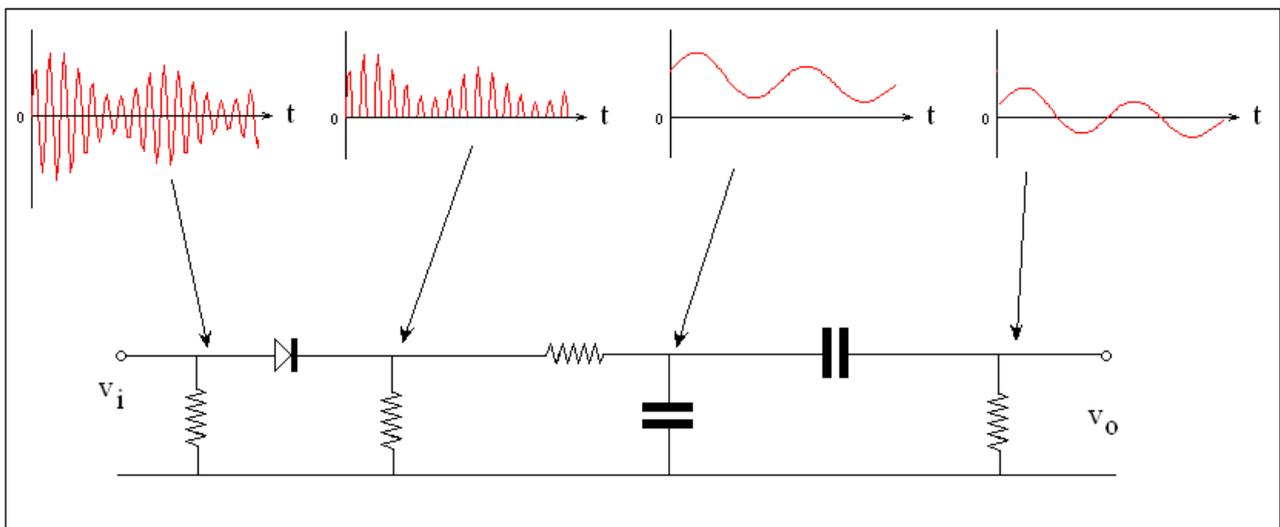
Si osserva che la rivelazione ha luogo per la presenza dei termini pari ($n=2,4,\dots$); i termini dispari non contribuiscono alla rivelazione dato che la tensione di uscita mantiene lo stesso segno della tensione di ingresso.

Il più semplice rivelatore non lineare è dunque il rivelatore a legge quadratica, dove l'uscita è proporzionale al quadrato della tensione di ingresso: $v_o = k v_i^2$.

Col rivelatore a legge quadratica si produrranno all'uscita, oltre al segnale di modulazione $F(t)$, anche altri segnali indesiderati facilmente filtrabili, in genere, perché a frequenza più elevata.

Più difficile rimarrà la eliminazione della distorsione di intermodulazione se si producono frequenze all'interno del canale di BF.

La rivelazione del segnale AM può effettuarsi con minore distorsione e con minore presenza di segnali spuri anche con un rivelatore lineare che sia rettificatore; questo lascerà passare le tensioni di ingresso di una sola polarità, ma non mostrerà nessuna uscita per tutte le tensioni di polarità opposta.



Esempio di rivelatore a diodo rettificatore e suo funzionamento.

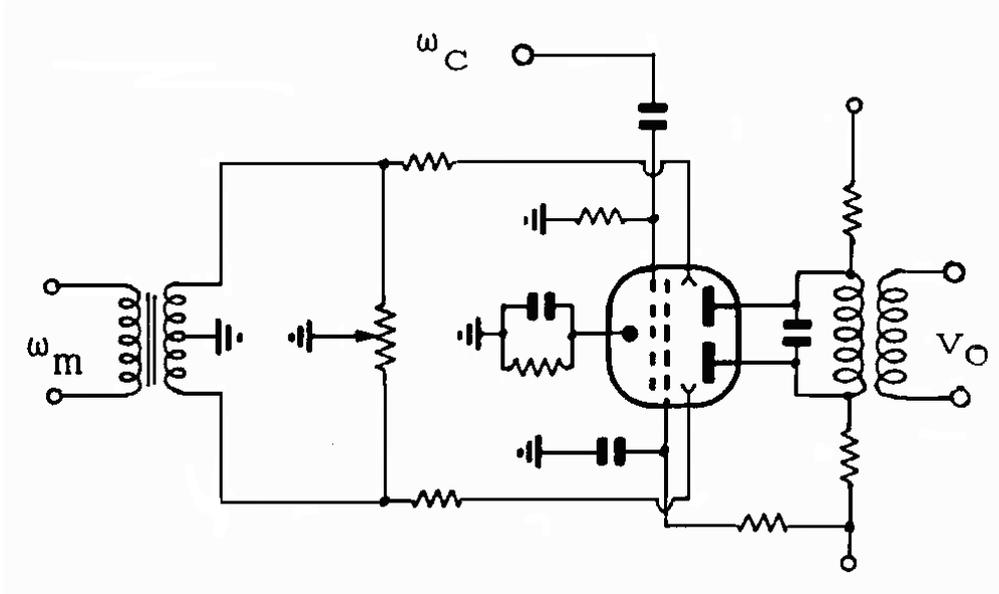
La tensione di uscita, in questo caso, sarà proporzionale all'involuppo del segnale AM dal quale, con opportuno filtro, si ottiene il segnale di modulazione $F(t)$.

Esempi di questi rivelatori sono i rivelatori a diodo (semiconduttore o tubo elettronico), rivelatori a FET o a triodo ad impedenza infinita, ecc....

AM – DSB – SC (Amplitude Modulation – Double Side Band – Suppressed Carrier)

La modulazione di ampiezza si ottiene e si riceve con apparati molto semplici; la maggior parte della potenza trasmessa, però, viene sprecata nell'irraggiamento della portante. L'amplificatore di potenza del trasmettitore, inoltre, deve essere dimensionato per sopportare la potenza massima che è sensibilmente più elevata di quella utile (contenuta nelle bande laterali). Per un sistema AM, se l'amplificatore di potenza, per esempio, può fornire 150 W di potenza max., la potenza "utile", che porta informazione, e che è contenuta nelle bande laterali, è al massimo di 50 W (e solo quando l'indice di modulazione è $m = 1$).

E' effettivamente possibile (utilizzando un modulatore bilanciato) eliminare la frequenza portante negli stadi di basso livello e utilizzare gli stadi successivi per amplificare (linearmente) solo le frequenze contenute nelle bande laterali, migliorando, così, il rendimento in trasmissione. Questo sistema di trasmissione è chiamato AM-DSB-SC o, più semplicemente, DSB. Come contropartita il sistema DSB con portante soppressa presenta necessità di circuiti piuttosto elaborati sia in trasmissione sia in ricezione dove si richiede un oscillatore locale che generi esattamente la frequenza della portante soppressa in trasmissione e che non è stata trasmessa.



Esempio di modulatore bilanciato con tubo elettronico a deflessione, molto in uso negli anni '60.

La disposizione circuitale, nella quale si possono configurare due circuiti modulatori di ampiezza, è tale che la radiofrequenza ω_c , essendo presente contemporaneamente ed in fase sulle due griglie dei due circuiti, viene eliminata all'uscita. Le due metà del primario del circuito di uscita sono, infatti, in controfase. Solo in presenza di modulazione ω_m il circuito non è più bilanciato ed il link di uscita preleva la differenza dei due segnali prodotti dai due modulatori di ampiezza contenuti nel tubo. L'analisi mostra che in uscita sono presenti solo le frequenze $\omega_c - \omega_m$ e $\omega_c + \omega_m$ (segnale DSB).

BANDA LATERALE UNICA (SSB)

Dato che le due bande laterali contengono esattamente lo stesso tipo di informazione, è possibile (e conveniente) trasmetterne una sola; si ha così la AM-SSB – SC (Amplitude Modulation – Single Side Band – Suppressed Carrier), spesso abbreviata con SSB.

Il segnale al rivelatore in ricezione sarà ridotto, perché non ci sono più le due bande laterali che si sommano coerentemente come nella DSB. Pure il rumore, però, sempre presente nei ricevitori, sarà minore perché la banda passante può essere ridotta alla metà.

Complessivamente si ottengono numerosi vantaggi: innanzi tutto un sistema che consenta di irraggiare una sola banda laterale utilizza l'amplificatore RF in trasmissione con un rendimento maggiore. Lo stesso tubo elettronico di potenza può generare un segnale effettivamente utile doppio rispetto alla DSB e ben otto volte (come minimo !) maggiore rispetto all'AM convenzionale.

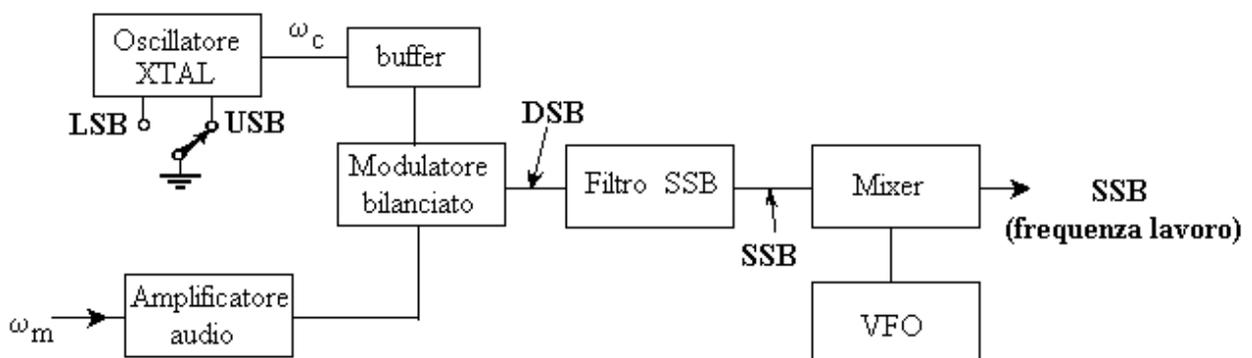
Inoltre il canale occupato dall'informazione e effettivamente trasmesso risulta di larghezza pari alla banda audio del segnale di modulazione $F(t)$ e non doppio come avviene nell'AM o anche nella DSB. Questo consente di allocare un numero doppio di trasmissioni simultanee sullo stesso intervallo di frequenza.

Il ricevitore deve avere, anche in questo caso, un oscillatore locale che generi la frequenza portante non trasmessa, ma la precisione di frequenza e la stabilità nel tempo è meno critica che nella DSB. Ancora, una trasmissione SSB offre maggiore segretezza dato che la ricezione non è possibile con i comuni ricevitori e la portante che può essere usata come facile riferimento per la sintonia non è mai presente. Il tipo di trasmissione presenta un minor costo di esercizio perché richiede una potenza media di trasmissione inferiore ad altri sistemi ed a parità di risultati.

Nel caso di trasmissione ad onde corte via riflessione ionosferica presenta, inoltre, una riduzione delle evanescenze selettive: le frequenze che formano la banda laterale utilizzata sono soggette ad interferenza per diverso "cammino ottico" che dipende dalla frequenza. E' evidente che tali affievolimenti fastidiosi saranno ridotti in un sistema SSB in relazione alla minore larghezza di banda del canale occupato rispetto alla AM o alla DSB.

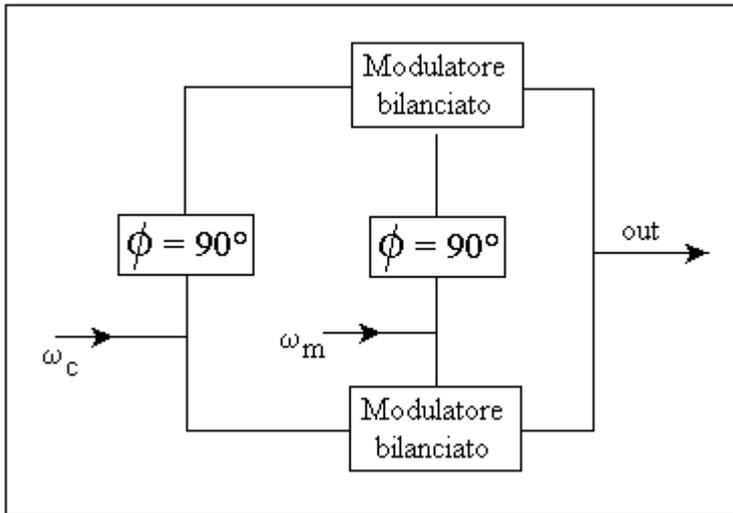
Per tutte queste ragioni la trasmissione in banda laterale unica (SSB) con portante soppressa ha trovato vastissimo impiego per comunicazioni radiotelefoniche a media e lunga distanza.

Il segnale SSB può essere ottenuto da un segnale DSB con opportuno filtro molto selettivo che permetta il transito di una sola banda laterale ed impedisca il transito dell'altra garantendo, almeno, una fortissima attenuazione. Ciò è tecnicamente ottenibile, ma con costi elevatissimi.



Generatore SSB (USB o LSB) a filtro. Il filtro attenua ulteriormente anche il residuo di portante che il modulatore bilanciato non è riuscito ad eliminare. Il segnale SSB è generato ad una frequenza fissa (es.: 9 MHz) ed un successivo VFO e mixer lo convertiranno alla frequenza di lavoro.

Un altro modo semplice di generare segnali SSB senza la necessità di costosi filtri è il sistema a sfasamento. Occorre un doppio modulatore bilanciato e due sfasatori di 90° sia sul segnale RF sia sul segnale modulante.



Generatore SSB a sfasamento.

Il sistema richiede frequenti controlli e tarature perché difficilmente il bilanciamento dei due modulatori si mantiene nel tempo.

MODULAZIONE DI FREQUENZA - FM

La modulazione di frequenza è prodotta variando la frequenza della portante con deviazione che è proporzionale alla tensione istantanea di modulazione $F(t)$.

Una variazione di frequenza è accompagnata da una corrispondente variazione di fase dato che:

$$\phi = \int \omega(t) dt \quad \text{essendo:} \quad \omega(t) = \frac{d\phi}{dt}$$

Poiché la frequenza deve essere funzione del segnale di modulazione $F(t)$, allora la fase della portante è funzione di:

$$\phi = \int_0^t F(t) dt$$

Così, per un'onda modulata in frequenza, si può scrivere:

$$v(t) = A_c \cos\left[\omega_c t + k \int_0^t F(t) dt\right] \quad \text{dove } k \text{ è una costante in unità rad/s.}$$

Nel caso la funzione di modulazione $F(t)$ sia un segnale sinusoidale del tipo:

$$F(t) = A_m \cos \omega_m t$$

l'onda modulata in frequenza può essere espressa come:

$$v(t) = A_c \cos\left[\omega_c t + k \int_0^t A_m \cos \omega_m t \, dt\right]$$

$$v(t) = A_c \cos\left[\omega_c t + \frac{k A_m}{\omega_m} \sin \omega_m t\right]$$

È utile notare che $k A_m$ è la massima deviazione in frequenza della portante che viene spesso indicata con δ .

Il rapporto $k A_m / \omega_m = \delta / f_m = m$ tra la max. deviazione in frequenza e la frequenza di modulazione è denominato indice di modulazione del sistema FM ed indicato con m .

Sviluppando matematicamente si ottiene:

$$v(t) = A_c \left[J_0(m) \cos \omega_c t + J_1(m) \cos(\omega_c + \omega_m)t + J_2(m) \cos(\omega_c + 2\omega_m)t + \dots \right. \\ \left. - J_1(m) \cos(\omega_c - \omega_m)t + J_2(m) \cos(\omega_c - 2\omega_m)t + \dots \right]$$

Lo spettro consiste, quindi, di una portante ω_c e da un numero infinito di bande laterali le cui ampiezze sono date dai coefficienti $J_n(m)$ che sono i vari ordini delle funzioni di Bessel di primo genere con argomento m .

La ampiezza di ogni banda laterale, in pratica, è funzione di $m = \delta / f_m$, cioè della deviazione δ e della frequenza di modulazione f_m .

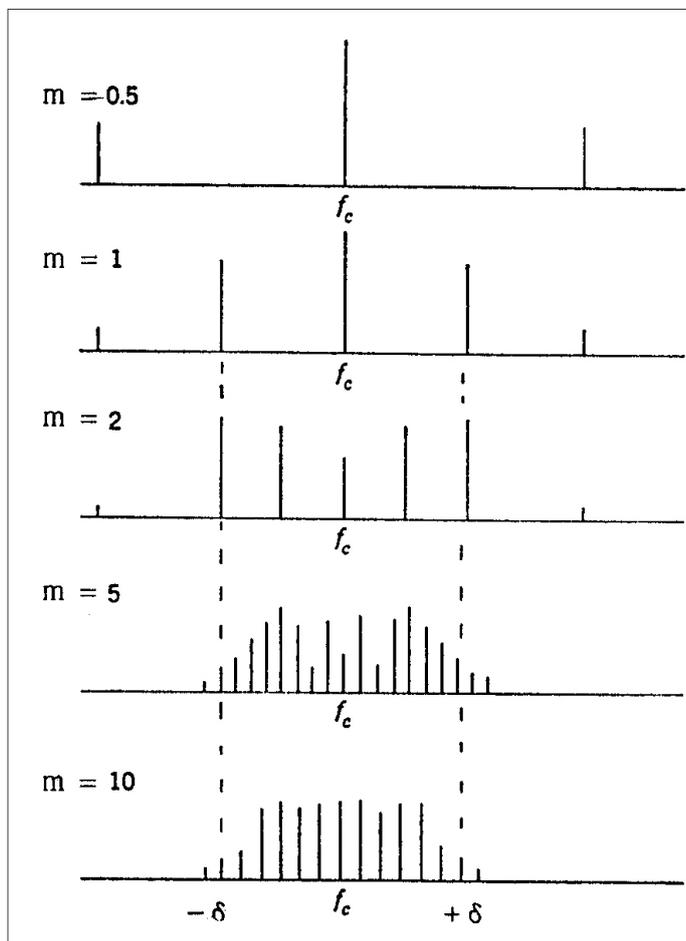
m	J ₀ (m)	J ₁ (m)	J ₂ (m)	J ₁ (m)/J ₀ (m)	J ₂ (m)/J ₀ (m)
0	1	0	0	0	0
.1	0.9975	0.0499	0.0012	0.0500	0.0012
.2	0.9900	0.0995	0.0050	0.1005	0.0050
.3	0.9776	0.1483	0.0111	0.1517	0.0111
.4	0.9604	0.1960	0.0197	0.2041	0.0205
.5	0.9385	0.2423	0.0306	0.2582	0.0326
.6	0.9120	0.2867	0.0436	0.3144	0.0478
.7	0.8812	0.3290	0.0588	0.3733	0.0667
.8	0.8463	0.3688	0.0758	0.4358	0.0896
.9	0.8075	0.4059	0.0946	0.5027	0.1171
1	0.7652	0.4401	0.1149	0.5751	0.1500
- -	- - -	- - -	- - -	- - -	- - -

Alcuni valori delle prime funzioni di Bessel di primo genere con argomento m, per bassi indici di modulazione m.

Più in generale i vari J_n(m) si ottengono dalla:

$$J_n(m) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k! \cdot \Gamma(n+k+1)} \left(\frac{m}{2}\right)^{2k+n}$$

con n = 0, 1, 2, 3,



Esempi di vari spettri di frequenza occupati da una trasmissione FM con vari indici di modulazione m.

Per grandi indici di modulazione lo spettro è concentrato tra -δ e +δ; la potenza trasmessa sarà qui concentrata e si può praticamente assumere che il canale FM occupi una banda di larghezza 2δ.

Se l'indice di modulazione m è basso (<1), le prime bande laterali (a distanza ± f_m) solamente hanno un'ampiezza non trascurabile e, in questo caso, si può assumere che la banda occupata dalla trasmissione sia 2 f_m.

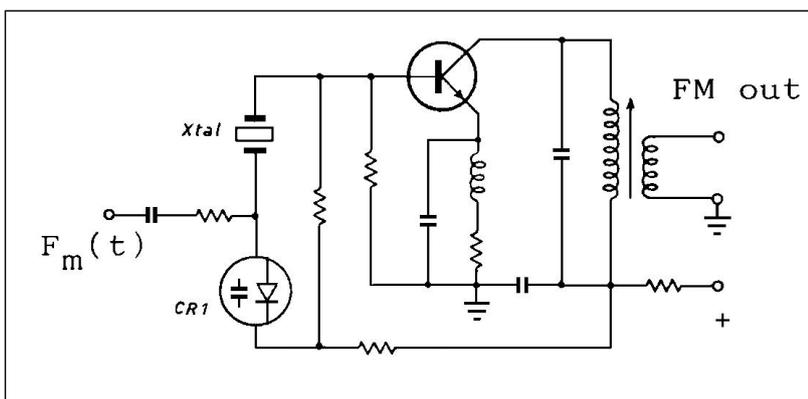
Si può notare che l'ampiezza della sola portante cambia con l'indice di modulazione e, per alcuni valori, si annulla. Così anche le varie bande laterali per opportuni valori di m).

	$J_0(m)$	$J_1(m)$
0	1	0
2.4048	0.0000	0.5191
3.8317	-0.4028	0.0000
5.5201	0.0000	-0.3403
7.0156	0.3001	0.0000
8.6537	0.0000	0.2715
10.1735	-0.2437	0.0000

Zeri della portante e della prima banda laterale: allo zero osservato corrisponde l'indice di modulazione m indicato

GENERAZIONE E RIVELAZIONE DI SEGNALI FM

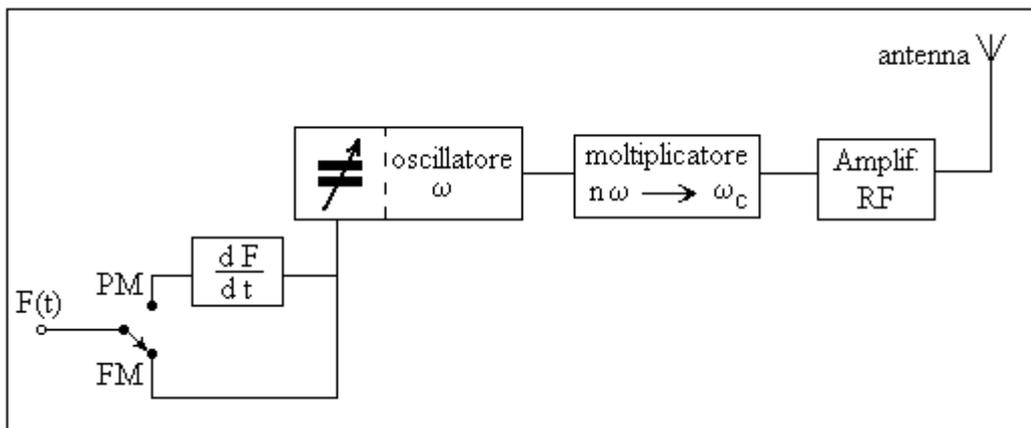
La variazione della frequenza della portante può essere ottenuta con un componente elettronico reattivo posto in parallelo al circuito che determina la frequenza di oscillazione. Il valore della reattanza è funzione del segnale modulante $F(t)$.



Esempio di circuito a modulazione di frequenza ottenuta con dispositivo a stato solido.

La frequenza di oscillazione determinata dal quarzo XTAL è leggermente modificata dal valore istantaneo del segnale modulante $F(t)$.

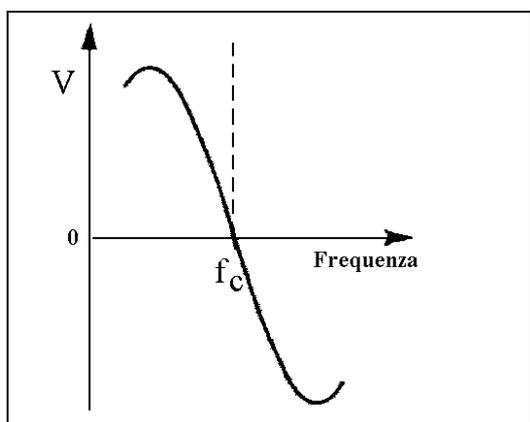
La piccola variazione di frequenza ottenuta con questo metodo (a frequenze relativamente basse) è aumentata ad un valore accettabile mediante più stadi moltiplicatori di frequenza.



Trasmettitore-tipo in modulazione di frequenza FM. Se il segnale di modulazione viene prima elaborato da un circuito “derivatore”, si può ottenere la modulazione di fase PM.

Il ricevitore FM presenta un canale di media frequenza ad alto guadagno con banda passante variabile a seconda del tipo di trasmissione FM da ricevere (se l'indice di modulazione è grande, occorre una banda passante parecchie volte superiore alla massima frequenza del segnale modulante. L'alto guadagno serve per poter raggiungere la saturazione e presentare al rivelatore FM un segnale di ampiezza costante.

Il rivelatore specifico per FM deve mostrare all'uscita una tensione in ampiezza (e segno) proporzionale alla deviazione istantanea in frequenza dal valore della portante.



Risposta caratteristica tensione-frequenza di dispositivo rivelatore FM

Se la portante non è modulata, il rivelatore mostra in uscita tensione nulla. Il trasmettitore sciupa energia senza trasmettere informazione. Per evitare distorsioni nel segnale rivelato occorre che l'escursione di frequenza sia limitata alla parte lineare della curva di rivelazione.

La modulazione di frequenza è ampiamente utilizzata nelle bande VHF e superiori per trasmissioni audio sia per servizi fissi sia per servizi mobili.

MODULAZIONE DI FASE - PM

La modulazione di fase PM è ottenuta cambiando la fase $\phi(t)$ della portante in accordo con il segnale di modulazione $F(t)$.

Un'onda PM può essere rappresentata perciò da:

$$v(t) = A_c \cos[\omega_c t + k F(t)]$$

dove k è una costante di proporzionalità.

Se il segnale di modulazione è un'onda sinusoidale $F(t) = A_m \cos \omega_m t$ si ottiene:

$$v(t) = A_c \cos[\omega_c t + k A_m \cos \omega_m t]$$

$$v(t) = A_c \cos[\omega_c t + \phi_d \cos \omega_m t]$$

$$\text{con } \phi_d = k A_m$$

Questa espressione è del tutto simile a quella ottenuta per la modulazione di frequenza e, così, anche il suo spettro. Lo spettro di una emissione PM è infatti dato da:

$$v(t) = A_c [J_0(\phi_d) \cos \omega_c t + J_1(\phi_d) \cos(\omega_c + \omega_m)t + J_2(\phi_d) \cos(\omega_c + 2\omega_m)t + \dots \\ - J_1(\phi_d) \cos(\omega_c - \omega_m)t + J_2(\phi_d) \cos(\omega_c - 2\omega_m)t + \dots]$$

Le differenze si ritrovano nei coefficienti:

$$\text{per la FM è: } \frac{k A_m}{\omega_m} = \delta$$

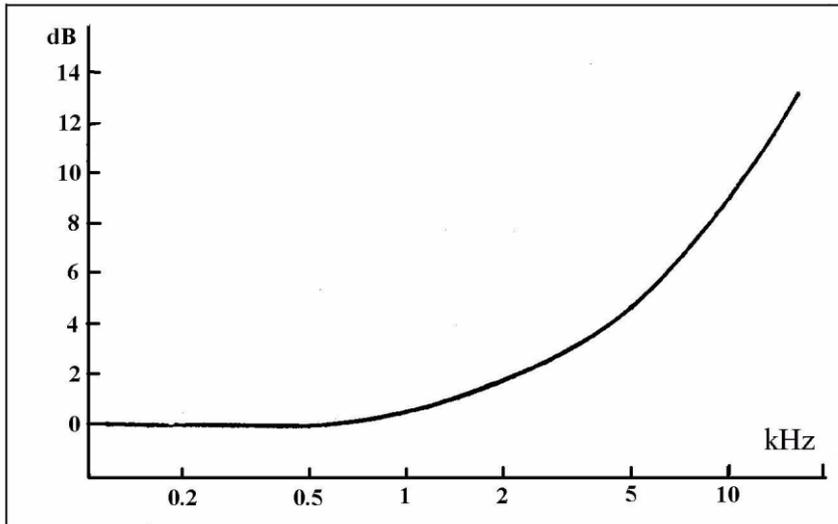
$$\text{per la PM è: } k A_m = \phi_d$$

I coefficienti dipendono dall'ampiezza di modulazione ma, mentre per la FM i coefficienti sono anche inversamente proporzionali alla frequenza di modulazione, per la modulazione di fase ne sono indipendenti.

La modulazione di fase può, quindi, essere ottenuta da un modulatore FM solamente aggiungendo un filtro "differenziatore" con guadagno proporzionale alla frequenza.

Pertanto è la caratteristica del filtro sul circuito del segnale di modulazione che determina la modulazione in frequenza o la modulazione di fase.

In pratica vengono utilizzati anche sistemi di modulazione "misti" FM-PM: esempio tipico sono le trasmissioni broadcast in banda FM. In questo caso la risposta in frequenza del circuito amplificatore del segnale modulante $F(t)$ è tale che le frequenze più basse (< 1 kHz) modulano in frequenza, mentre le più alte modulano in fase.

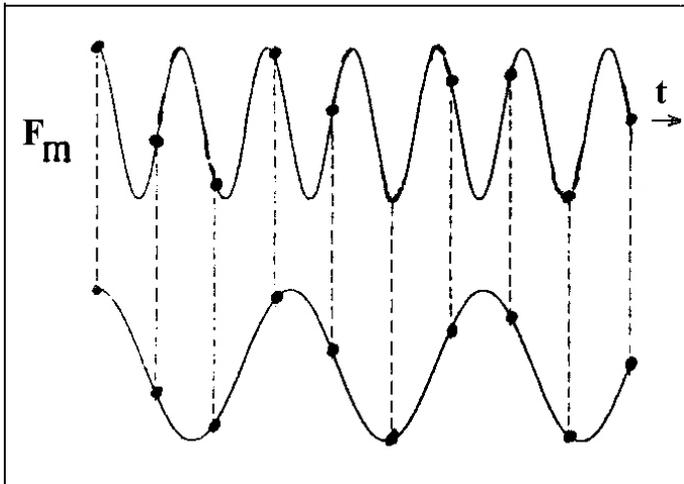


**Risposta differenziale del
circuito amplificatore del
segnale modulante dotato di
rete di preenfasi ($50 \mu\text{s}$) per
trasmettitori broadcast in
banda FM**

CAMPIONAMENTO (SAMPLING)

Se il segnale recante l'informazione ha una frequenza max. conosciuta f_{max} , allora si può periodicamente campionare il segnale con una frequenza più elevata (almeno doppia di f_{max}) ed è possibile rappresentarlo con la serie di campionamenti.

E' stato dimostrato (Nyquist) che se il ritmo di campionatura è almeno doppio della frequenza max. contenuta nel segnale di modulazione, la ricostruzione della forma originaria del segnale è possibile in ricezione.

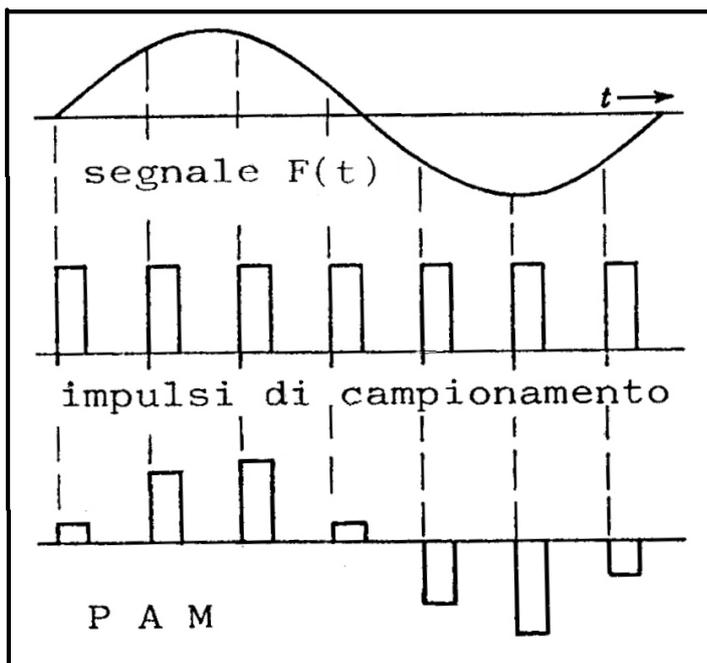


Campionatura di un segnale sinusoidale $F_m(t)$ con ritmo inferiore alla frequenza di Nyquist ($f_q = 2$ punti per ciclo dell'onda da campionare); la riproduzione dell'onda non è più univoca. Due ricostruzioni sono possibili, a frequenza f_m ed a frequenza $2f_q - f_m$.

Con la campionatura ad intervalli equidistanti nel tempo si formano impulsi la cui ampiezza è proporzionale a quella istantanea del segnale nel momento in cui avviene la campionatura.

La trasmissione "brutale" di questi impulsi con modulazione di una portante è possibile e consente al ricevitore la ricostruzione dell'onda originaria con l'uso di un semplice integratore (circuitto passa-basso).

Questo sistema di modulazione è chiamato Pulse Amplitude Modulation (PAM); l'ampiezza del segnale trasmesso è, infatti, proporzionale all'ampiezza del segnale campionato.



Pulse Amplitude Modulation (PAM).

Il segnale PAM può venire utilizzato per modulare in ampiezza o in frequenza una portante ω_c : si hanno così sistemi PAM/AM, PAM/FM, ecc...

Il segnale di modulazione $F(t)$ può alterare in altri modi l'impulso di campionamento: si hanno,

perciò, anche:

PULSE POSITION MODULATION (PPM) dove la posizione dell'impulso rispetto ad un riferimento di tempo standard è cambiata in accordo col valore del segnale campionato.

PULSE DURATION MODULATION (PDM) dove la durata dell'impulso viene ad essere proporzionale all'ampiezza del segnale campionato.

Tutti questi sistemi che hanno avuto "importanza storica" sono stati sostituiti dal più conveniente sistema PCM.

PULSE CODE MODULATION - PCM

Si è rivelata molto conveniente e più sicura la trasmissione dell'informazione se il segnale campionato è codificato prima della trasmissione.

L'ampiezza relativa di ogni impulso viene allora espressa da una serie di n "impulsi" di ampiezza costante (o nulla) ciascuno rappresentante una cifra binaria. Occorre, quindi, trasferire l'informazione contenuta nell'ampiezza del segnale campionato in una serie di n bit.

Questo sistema PCM si ritrova, così, tutti i vantaggi di una trasmissione digitale.

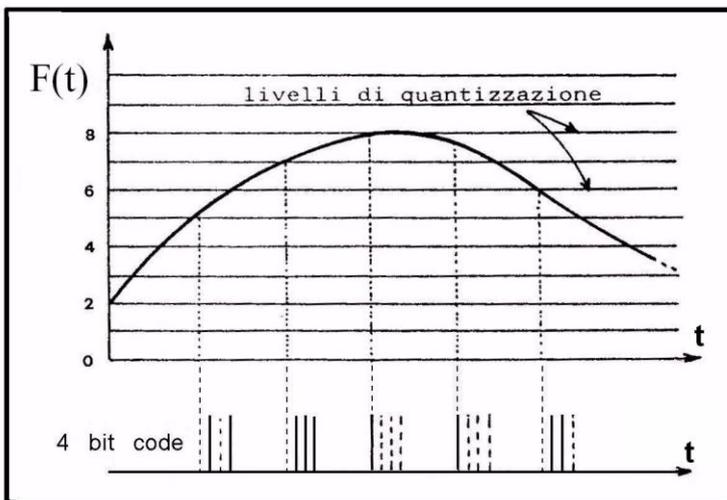
Il vantaggio più rilevante consiste nel fatto che ,dopo la conversione analogico-digitale,la qualità del segnale ricevuto dal ricevitore non dipende più, entro limiti abbastanza vasti, dal rapporto Segnale/Rumore (S/N) all'ingresso del rivelatore. Questo perché il segnale rivelato è digitale, quindi indipendente dalle variazioni di guadagno dei vari circuiti elettronici e dagli sfasamenti che questi introducono. Il segnale ricevuto, infatti, anche se in presenza di rumore, conserva la possibilità di recuperare l'informazione completamente perché questa è contenuta nella condizione di "impulso sì" o "impulso no" a cui è associata la cifra binaria.

La ricostruzione del segnale analogico risulta soddisfacente purché il rapporto S/N all'ingresso del rivelatore sia costantemente maggiore di 1 (per avere, però, un numero basso di errori occorre un rapporto S/N di circa 10).

Il sistema ha lo svantaggio di richiedere una larghezza di banda molto larga e questo ne limita l'impiego a frequenze elevate (VHF ed oltre) per telecomunicazioni a breve distanza.

Per una perfetta ricostruzione del segnale modulante $F(t)$ occorrerebbe un numero n di bit grandissimo. Si realizza un ragionevole compromesso applicando il criterio della quantizzazione: si stabilisce, cioè, un certo numero di livelli standard per il segnale campionato. Le ampiezze intermedie vengono approssimate al livello standard più vicino.

Per la telefonia possono essere sufficienti 7 bit, corrispondenti a 128 livelli (2^7); per ogni bit aggiunto si raddoppia il numero di livelli, ma si raddoppia pure la larghezza di banda del canale di trasmissione.



Segnale analogico $F(t)$ campionato e codificato con un codice binario a 4 bit.

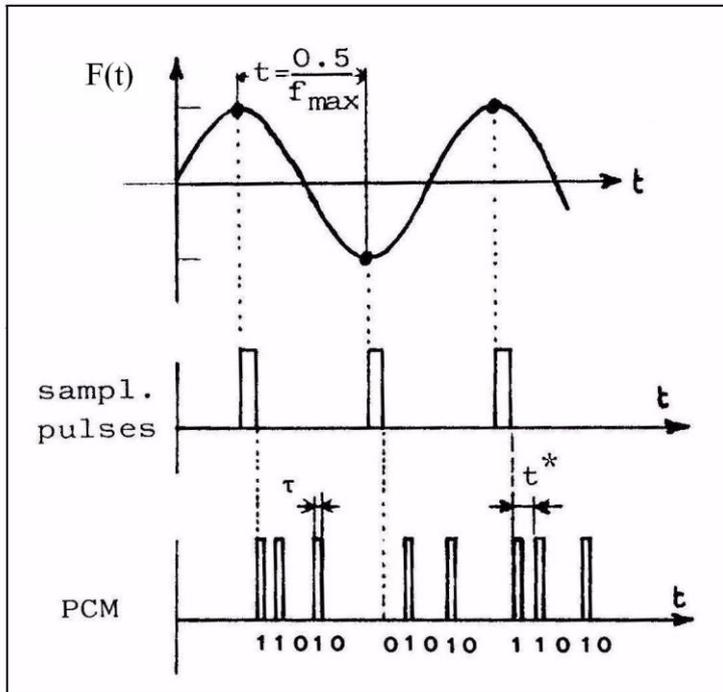
Se la frequenza di campionamento $2 f_{\max}$ (la minima richiesta dal teorema di Nyquist), il tempo tra due impulsi di campionamento è: $t = 0.5 / f_{\max}$.

Se il codice usato è di n bit, risulta che nel tempo tra due campionamenti successivi occorre codificare l'ultimo campionamento con una serie di n impulsi "digitali", Il tempo tra questi impulsi di codice è:

$$t^* = \frac{1}{2 n f_{\max}}$$

con durata di ciascun impulso che può essere dell'ordine di $t^*/2$. Se τ è tale durata (duty cycle = 50 %) si ha:

$$\tau = \frac{1}{4 n f_{\max}}$$



Tempi caratteristici nella PCM.

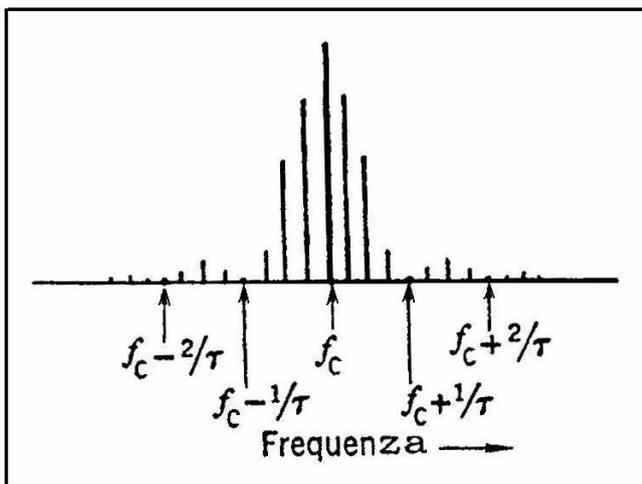
**La frequenza di campionamento è qui:
 $f_q = 2 f_{\max}$.**

Il codice binario usato è di 5 bit.

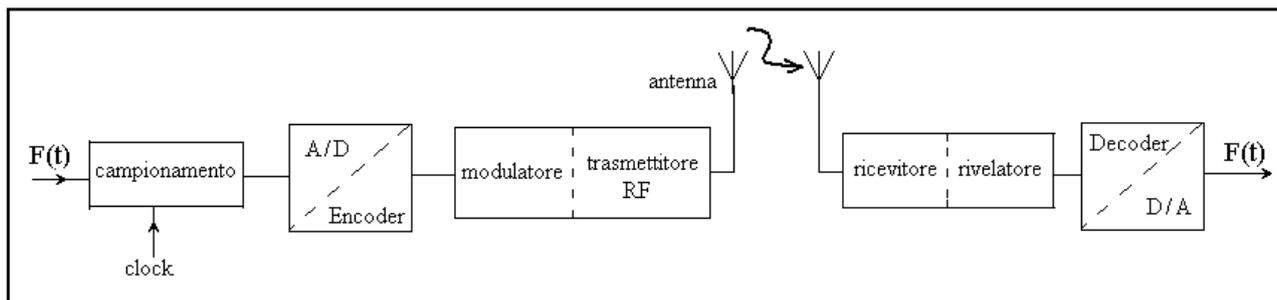
Se questa serie di impulsi modula una portante a frequenza f_c , si può assumere che la larghezza di banda attorno a f_c occupata da questa trasmissione sia circa:

$$W = \frac{4}{\tau} = 4 \cdot 4 n f_{\max}$$

Si dimostra, infatti, che lo spettro di potenza di un treno di impulsi RF di durata τ è costituito da tante frequenze con involuppo del tipo $\sin x / x$.



La potenza è quasi tutta concentrata (99 %) tra $f_c - 2/\tau$ e $f_c + 2/\tau$; quindi la larghezza di banda W può essere assunta come: $W = 4 / \tau$ dove τ è la durata del singolo impulso.



Schema a blocchi di un sistema di trasmissione PCM. Il trasmettitore può essere del tipo a modulazione di ampiezza o di frequenza (FSK – Frequency Shift Keying).

Il segnale di modulazione $F(t)$ viene prima campionato e convertito da analogico a digitale (n bit); segue un encoder che ha il compito di serializzare i segnali digitali prima di immetterli nel modulatore del trasmettitore.

Il ricezione un decoder provvede alla conversione da seriale a parallelo del pacchetto di impulsi prima di inviarlo al convertitore D/A.

La difficoltà di un esatto riconoscimento del primo bit del pacchetto (MSB) è superata con una notevole complessità circuitale e precisione nelle temporizzazioni.

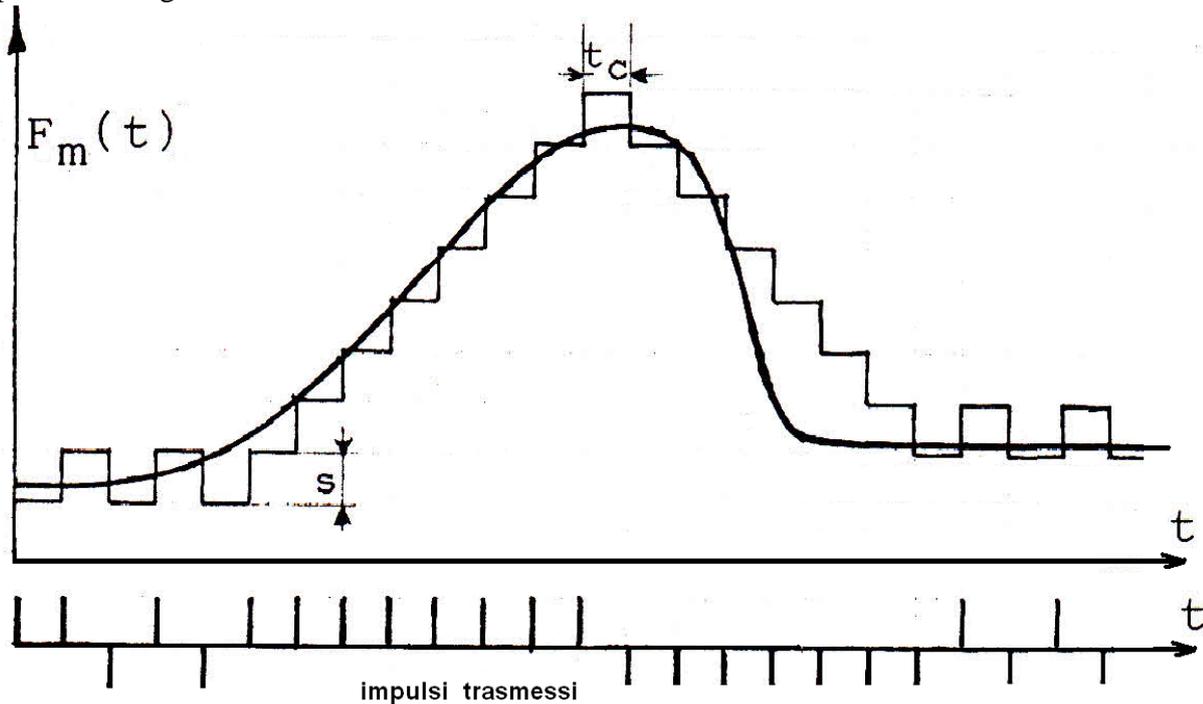
Sono disponibili circuiti integrati che aggiungono automaticamente alcuni impulsi di sincronismo e quindi, in definitiva, portano ad un aumento della larghezza di banda, e che svolgono tutte queste funzioni necessitando solo di alcuni componenti esterni (reti RC, condensatori di fuga, ecc...).

DELTA MODULATION

La modulazione DELTA opera sempre una prima discretizzazione del segnale di modulazione, ma non richiede trasmissione di pacchetti di bit in serie con la conseguente difficoltà di sincronizzazione che sono tipiche della PCM.

Il segnale viene campionato ad intervalli regolari e quantizzato in n livelli. Un circuito comparatore confronta il segnale così ottenuto con quello originale e si hanno, così, in uscita tanti impulsi positivi o negativi a seconda della differenza tra il segnale di modulazione $F_m(t)$ e la sua approssimazione quantizzata.

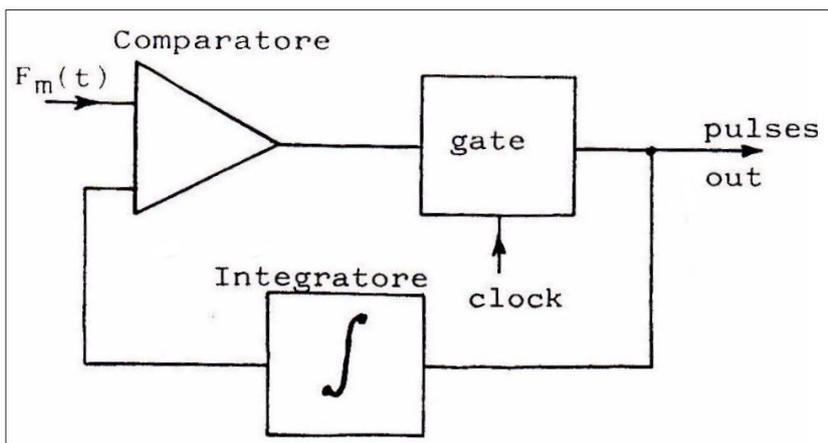
Sono questi impulsi che sono trasmessi, tutti con la stessa distanza temporale e con stessa ampiezza, positiva o negativa.



Principio della Delta Modulation. Per una riproduzione fedele della $F_m(t)$ occorre che:

$$\frac{\Delta F_m(t)}{\Delta t} \leq \frac{s}{t_c}$$

Il segnale di modulazione $F_m(t)$ non deve cambiare di più di un livello di quantizzazione tra due campionamenti successivi, altrimenti il circuito integratore che deve approssimare il segnale $F_m(t)$ non riesce a riprodurlo fedelmente



Schema a blocchi del generatore Delta Modulation.

Come si può osservare, l'ampiezza fissa del gradino s (step) originato dall'integratore non consente di approssimare adeguatamente il segnale di modulazione $F_m(t)$ se questo ha componenti a frequenze troppo elevate.

Supponendo $F_m(t)$ sinusoidale e di ampiezza A_m e frequenza angolare ω_m , se il tempo di campionamento è t_c e l'altezza del gradino (step) è s , il suddetto fenomeno non interviene se:

$$\frac{\Delta F_m(t)}{\Delta t} \leq \frac{s}{t_c} \quad \text{ovvero} \quad A_m f_m \leq \frac{s f_c}{2\pi}$$

Inoltre si hanno impulsi in uscita (positivi e negativi alternati) anche quando il segnale $F_m(t)$ è costante o nullo (fase "idle").

In ricezione un semplice circuito integratore è in grado di ricostruire facilmente il segnale di modulazione $F_m(t)$.

Questo sistema (Delta Modulation) presenta complessivamente solo una moderata complessità circuitale a scapito, però, di una banda occupata sempre molto grande e di una resa qualitativa solitamente modesta del segnale decodificato dal ricevitore.

Qualche miglioramento può essere introdotto rendendo variabile l'ampiezza del gradino in funzione dell'ampiezza del segnale modulante; il gradino è piccolo se l'ampiezza è piccola, il gradino è grande per segnali ampi di ingresso.

Il sistema Delta Modulation così modificato è chiamato Adaptive Delta Modulation (ADM) ovvero Delta Modulation a pendenza variabile.

QAM – QUADRATURE AMPLITUDE MODULATION

La modulazione di ampiezza in quadratura è un moderno mezzo di trasmissione che permette di trasmettere due segnali indipendenti usando la stessa frequenza e lo stesso canale di trasmissione. Usando un esempio matematico è come usare un sistema di riferimento con assi ortogonali: la proiezione di un segnale (su un asse) sull'altro segnale (altro asse) è sempre nulla.

In pratica questo è ottenibile modulando in ampiezza (con due segnali differenti) due portanti della stessa frequenza, ma sfasate tra loro di 90°. Le due portanti (chiamate I = in fase e Q = in quadratura) modulate separatamente si sommano e vengono trasmesse (il risultato è un segnale QAM – Quadrature Amplitude Modulation).

Il segnale modulante può essere analogico (ottenendo una usuale modulazione di ampiezza, AM) oppure digitale (modulazione digitale a livelli discreti di ampiezza, ASK, amplitude-shift keying). I modulatori I/Q hanno all'ingresso uno splitter che divide il segnale RF dell'oscillatore locale in una componente in fase (I) ed una componente sfasata di 90° (Q). Questi due segnali dell'oscillatore locale alimentano due mixer separati che ricevono i due segnali in banda base. L'uscita dei due mixer viene sommata per ottenere la portante RF modulata.

Il ricevitore dovrà ricostruire le due portanti con la loro fase per poter rivelare le due modulazioni. Ciò è ottenuto, per esempio, con la trasmissione anche di un segnale di riferimento che, per qualche tempo, sincronizza un oscillatore a quarzo nel ricevitore che, con un circuito ulteriore, produce anche due portanti di riferimento sfasate di 90° con le quali si può demodulare il segnale QAM e riottenere i segnali modulanti I e Q.

Nelle trasmissioni digitali è possibile, per esempio, ricostruire il riferimento nel ricevitore con la trasmissione di una ben riconoscibile sequenza di bit.

L'uso della modulazione QAM permette di aumentare l'efficienza spettrale sino a parecchi bit/s/Hz.

I segnali trasmessi da una modulazione QAM con portante sinusoidale, possono essere descritti da:

$$s(t) = I(t) \cos(2\pi f_0 t) + Q(t) \sin(2\pi f_0 t)$$

dove: $I(t)$ e $Q(t)$ sono i segnali modulanti e f_0 è la frequenza portante.

Grazie alla proprietà di ortogonalità delle due parti di $s(t)$, è possibile rivelare i due segnali modulanti separatamente.

Il ricevitore dovrà avere un rivelatore coerente che moltiplicherà separatamente il segnale ricevuto con una funzione coseno e una funzione seno per riottenere la $I(t)$ e $Q(t)$ rispettivamente. Infatti, moltiplicando nel mixer il segnale ricevuto $s(t)$ con una funzione coseno, si ottiene:

$$\begin{aligned} r_1(t) &= s(t) \cos(2\pi f_0 t) \\ &= I(t) \cos(2\pi f_0 t) \cos(2\pi f_0 t) + Q(t) \sin(2\pi f_0 t) \cos(2\pi f_0 t) \end{aligned}$$

e, utilizzando le identità trigonometriche (formule di Werner), si ha:

$$\begin{aligned} r_1(t) &= \frac{1}{2} I(t) [\cos(4\pi f_0 t) + 1] + \frac{1}{2} Q(t) \sin(4\pi f_0 t) \\ &= \frac{1}{2} I(t) + \frac{1}{2} [I(t) \cos(4\pi f_0 t) + Q(t) \sin(4\pi f_0 t)] \end{aligned}$$

Un semplice filtro passa-basso è sufficiente per rimuovere le componenti ad alta frequenza ($2f_0$), che comprendono anche il termine con $Q(t)$, ed ottenere la sola $I(t)$.

Analogamente, moltiplicando il segnale ricevuto $s(t)$ con una funzione seno e filtrando con un semplice filtro passa-basso è possibile ottenere la sola $Q(t)$.

Se il ricevitore non è in grado di ricostruire con precisione la corretta fase per il mixing ma accetta

anche un lieve scostamento dal valore corretto della fase, si ha un indesiderato *crosstalk* tra i due segnali di modulazione.

Nel dominio delle frequenze, lo spettro di un segnale QAM è la somma di due spettri di modulazione DSB con uno sfasamento reciproco di 90 gradi.

$$S(f) = \frac{1}{2} [I(f - f_0) + I(f + f_0)] + j \frac{1}{2} [Q(f - f_0) - Q(f + f_0)]$$

dove $S(f)$, $I(f)$ e $Q(f)$ sono le trasformate di Fourier nel dominio delle frequenze delle $s(t)$, $I(t)$ e $Q(t)$, rispettivamente.

Nella modulazione QAM digitale, esistono estensioni a più coppie di portanti con fasi e ampiezze differenti. Ciascun tipo di modulazione QAM è caratterizzato da una **costellazione**, ovvero un diagramma sul piano complesso su cui sono rappresentati tutti i possibili stati della portante (caratterizzati da ampiezza e fasi differenti).

Dato che nelle comunicazioni digitali i dati sono generalmente in codice binario, il numero dei punti della costellazione sono normalmente potenze di 2 (2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256). In genere si scelgono i punti della costellazione in modo da formare un quadrato e le modulazioni più comuni sono indicate come: 16-QAM, 64-QAM e 32-QAM.

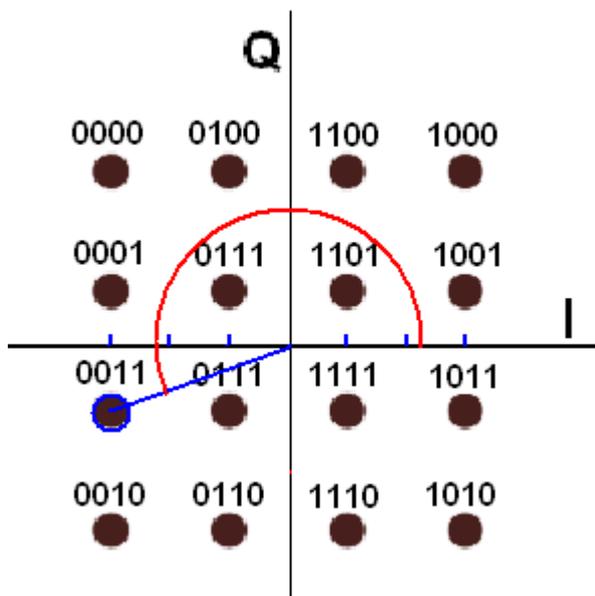


Diagramma di costellazione di modulazione 16-QAM – reticolo quadrato.
Ogni punto della costellazione è caratterizzato da un'ampiezza e fase differente.

Salendo verso ordini più alti, è possibile trasmettere più informazione nella stessa banda di frequenze. La stessa potenza viene, però, suddivisa tra più punti della costellazione che sono più vicini tra loro e sono più suscettibili di essere male-interpretati dal ricevitore per la presenza, inevitabile, del rumore.